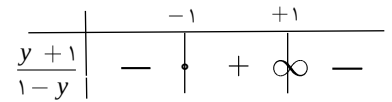


۱- گزینه ۳ صحیح است.

برای محاسبه برد ابتدا x را بر حسب y به دست می آوریم:

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \Rightarrow yx^2 + y = x^2 - 1 \Rightarrow x^2 - yx^2 = y + 1$$

$$\Rightarrow x^2(1 - y) = y + 1 \Rightarrow x^2 = \frac{y + 1}{1 - y} \xrightarrow{x^2 \geq 0} \frac{y + 1}{1 - y} \geq 0$$



پس در فاصله بین دو ریشه جواب قابل قبول است. دقت کنید که $y = 1$ قابل قبول نیست، چون ریشه مخرج است.

۲- گزینه ۳ درست است.

برای چندجمله‌ای $x^2 + 6x + 10$ داریم: $a = 1$ و $\Delta = -4$ ، پس $1 \leq x^2 + 6x + 10 < \infty$. اگر این چندجمله‌ای را α بنامیم

$$1 \leq \alpha < \infty \xrightarrow{\tan^{-1}} \arctan(1) \leq \arctan \alpha < \arctan(\infty) \Rightarrow \frac{\pi}{4} \leq y < \frac{\pi}{2}$$

۳- گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به اینکه $x = 1$ و $x = 0$ در دامنه تابع f صدق می‌کند، لذا گزینه‌های ۲ و ۳، نادرست است. اما به ازای $x = -1$ خواهیم داشت:

$$f(-1) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - (-1)}} = \sqrt{1 - \sqrt{2}} = \sqrt{1 - 1/4} = \sqrt{-3/4}$$

لذا $x = -1 \notin D_f$ ، بنابراین گزینه ۴ هم نادرست است.

۴- گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا ضابطه تابع gof را تشکیل می‌دهیم.

$$\text{gof}(x) = g(f(x)) = 2^{-x} + [x]$$

$$0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow -1 < -x + [x] \leq 0 \Rightarrow 2^{-1} < 2^{-x} + [x] \leq 2^0 \Rightarrow \frac{1}{2} < \text{gof}(x) \leq 1 \Rightarrow R = \left(\frac{1}{2}, 1\right]$$

۵- گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا $g \circ f$ را تشکیل می‌دهیم:

$$g(f(x)) = g(2^x + 2^{-x}) = \sqrt{2 - 2^x - 2^{-x}} = \sqrt{2 - 2^x - \frac{1}{2^x}} = \sqrt{\frac{2 \times 2^x - 2^{2x} - 1}{2^x}} = \sqrt{\frac{-(2^x - 1)^2}{2^x}}$$

عبارت زیر رادیکال باید بزرگتر یا مساوی صفر باشد، یعنی:

$$\frac{-(2^x - 1)^2}{2^x} \geq 0 \Rightarrow -(2^x - 1)^2 \geq 0 \Rightarrow (2^x - 1)^2 \leq 0 \Rightarrow 2^x - 1 = 0 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow x = 0$$